

Cours de plan d'expérience (sous forme littérale)

Sommaire :

<i>Chapitre 1</i> : Philosophie de l'approche TAGUCHI	page 2
<i>Chapitre 2</i> : Initiation aux outils des plans d'expérience	page 7
<i>Chapitre 3</i> : Méthodologie des plans d'expériences. Ratio signal/bruit	page 10
<i>Chapitre 4</i> : Le traitement informatique	page 13
<i>Chapitre 5</i> : Optimisation simultanée de plusieurs paramètres	page 19
<i>Chapitre 6</i> : Etude des interactions	page 22
<i>Chapitre 7</i> : Les sept points clés de la réussite	page 25
<i>Annexes</i> : Quelques matrices de plans d'expériences	page 26

Matrice d'expériences L ₄ (3 facteurs à 2 niveaux).....	25
Matrice d'expériences L ₈ (7 facteurs à 2 niveaux).....	25
Matrice d'expériences L ₈ (4 facteurs à 2 niveaux et 1 facteur à 4 niveaux)	26
Matrice d'expériences L ₉ (4 facteurs à 3 niveaux).....	26
Matrice d'expériences L ₁₂ (11 facteurs à 2 niveaux)	26
Matrice d'expériences L ₁₆ (15 facteurs à 2 niveaux)	27
Matrice d'expériences L ₁₆ (9 facteurs à 2 niveaux et 2 facteurs à 4 niveaux)	28
Matrice d'expériences L ₁₆ (6 facteurs à 2 niveaux et 3 facteurs à 4 niveaux)	29
Matrice d'expériences L ₁₆ (3 facteurs à 2 niveaux et 4 facteurs à 4 niveaux)	29
Matrice d'expériences L ₁₆ (5 facteurs à 4 niveaux).....	30
Matrice d'expériences L ₁₈ (1 facteur à 2 niveaux et 7 facteurs à 3 niveaux)	30
Matrice d'expériences L ₂₅ (6 facteurs à 5 niveaux).....	31
Matrice d'expériences L ₂₇ (13 facteurs à 3 niveaux)	32
Matrice d'expériences L ₃₂ (31 facteurs à 2 niveaux)	33
Matrice d'expériences L ₃₆ (13 facteurs à 3 niveaux)	35

Chapitre 1 : Philosophie de l'approche TAGUCHI.

A. Portrait du Docteur TAGUCHI.

Le Docteur TAGUCHI est né au Japon le 1er Janvier 1924. Diplômé du Kiryu technical college et docteur ès sciences de l'université de Kyushu, il fut professeur honoraire de l'institut de technologie de Nankin (Chine).

Le Docteur TAGUCHI entra en 1949 au Laboratoire de Communications Electriques de la Compagnie Japonaises des Téléphones et Télégraphes où il travailla jusqu'en 1961 à l'amélioration de la productivité dans le secteur études et recherche.

Sa contribution majeure a consisté à combiner les techniques de l'ingénierie et des statistiques pour obtenir une amélioration rapide des coûts et de la qualité.

Les plans d'expérience Taguchi ont contribué aux succès des Japonais dans le domaine de la Qualité, ce qui leur a permis de devenir les leaders mondiaux au niveau de la qualité tout en ayant des prix de revient très compétitifs

La méthode TAGUCHI a été introduite aux Etats-Unis à partir de 1983, puis au Canada et en Grande Bretagne dès 1986, et enfin en France et en Espagne depuis 1988.

B. L'objectif.

Classiquement, quand on constate une dispersion ou une instabilité des caractéristiques d'un produit lors de sa fabrication ou de son utilisation, on en recherche les causes afin de les réduire, voire les éliminer. Or ces causes peuvent être multiples : variabilité des conditions d'environnement (température, pression, hygrométrie, ...), variabilité des caractéristiques des matières premières et des composants utilisés, différences de façons de faire entre les différents opérateurs, etc.

Les moyens pour les combattre coûtent en général fort cher : resserrement des tolérances des matières utilisées, surdimensionnement des composants, dispositifs plus ou moins sophistiqués de climatisation des ateliers de fabrication, règles d'utilisation ou de fonctionnement des produits très strictes...

La stratégie adoptée par le Docteur Taguchi est diamétralement opposée : **au lieu de chercher à éliminer ces facteurs parasites (appelés facteurs bruits), la démarche consiste à minimiser leur impact.**

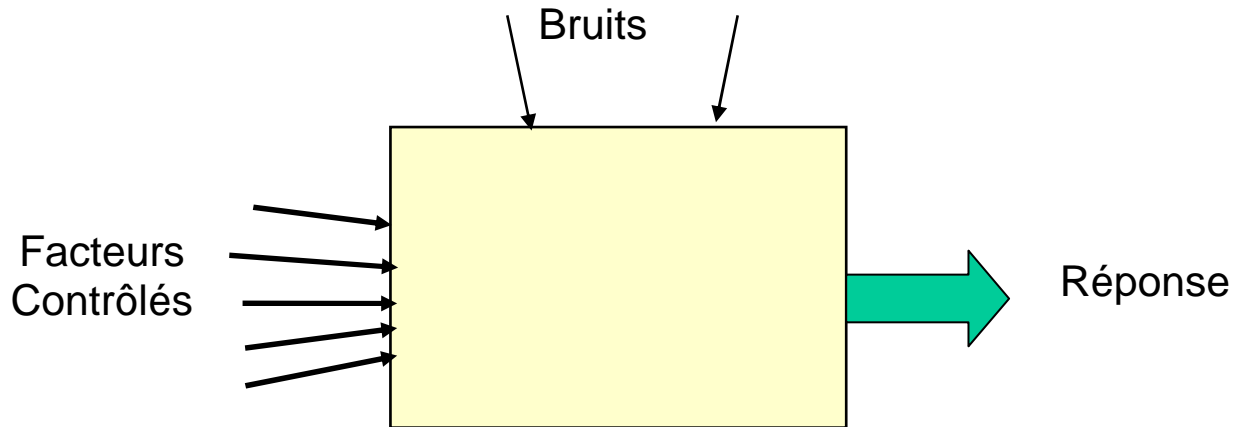
Concrètement, elle consiste à identifier les combinaisons de paramètres qui réduisent les effets des causes, sans s'attaquer directement à celles-ci.

Les paramètres relatifs au produit ou au processus de fabrication, sur lequel on peut facilement agir, sont appelés **les facteurs contrôlés** (tels que la pression, la température, le type de lubrifiant, la vitesse de refroidissement d'une solution, ...)

Le choix correct des facteurs sur lesquels on va agir est l'étape la plus délicate de la démarche Taguchi car elle nécessite une très grande expérience industrielle.

Pour illustrer cette approche, le plus simple est de relater une expérimentation menée au Japon en 1953 dans la fabrique de tuiles Ina Seito.

Perception initiale du produit :



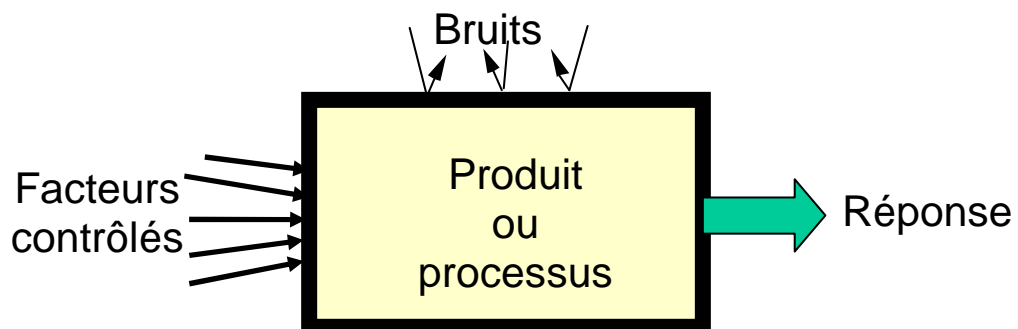
Classiquement, on s'attaque aux causes des variations :



- surdimensionnement des composants
- resserrement des tolérances
- diversification des produits
- diversification des conditions d'utilisation,
- ...

coûte de l'argent.

Connaissance et maîtrise après expérimentation



À l'inverse, les causes de variations - appelées facteurs bruits - existent toujours :



- inutile de s'y attaquer
- s'affranchir de leurs effets

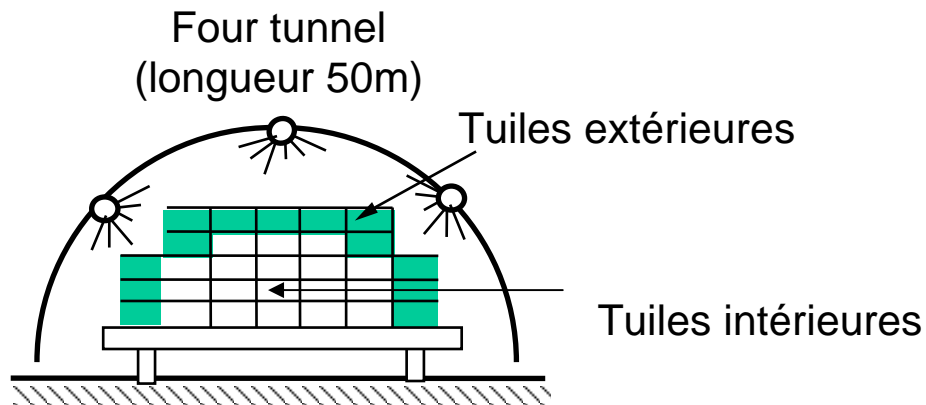
Robustesse / bruits

C. Cas de la fabrique Ina Seito.

Cette entreprise, d'importance moyenne, venait de modifier son processus de cuisson des tuiles.

Auparavant, cette opération s'effectuait de façon artisanale, sans problème de qualité, dans des fours chauffés au bois, alimentés manuellement pendant toute la durée de la cuisson.

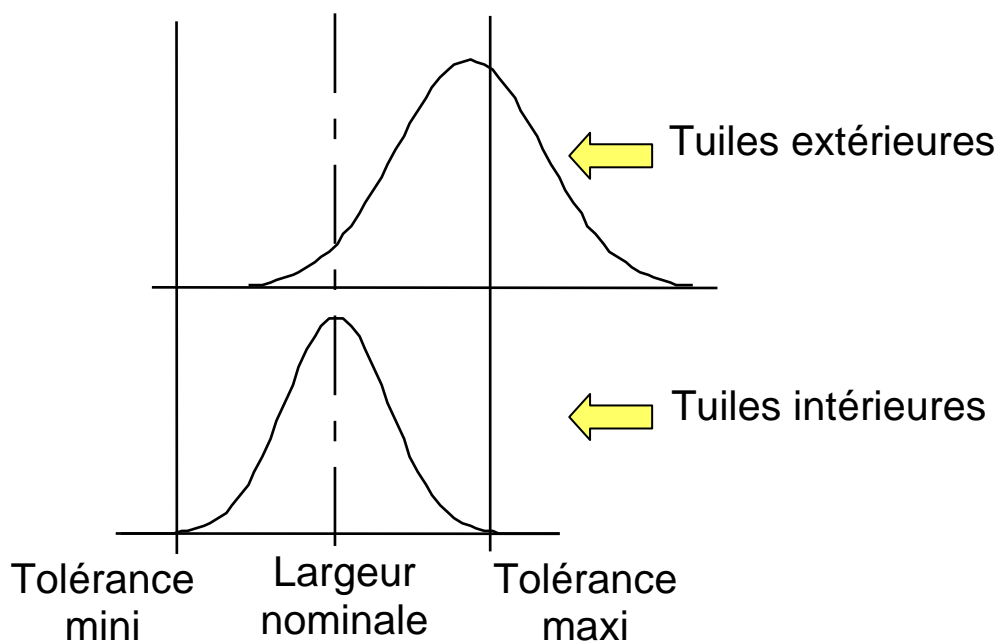
En 1953, l'usine acheta en Allemagne de l'Ouest, pour 2 millions de dollars, un four tunnel chauffé au fuel. Les tuiles, démoulées sur des coquilles, étaient empilées sur des wagonnets qui circulaient à travers le four où elles étaient soumises à la cuisson.



Dès la mise en service du four, on constata le phénomène suivant :

- d'une part, que les tuiles placées sur la périphérie de l'empilement ne cuisaient pas de façon uniforme et sortaient du four à des largeurs très variées dont la moyenne atteignait la limite supérieure de tolérance ce qui entraînait un taux de rebut très important.
- d'autre part, celles placées au centre de l'empilement étaient beaucoup plus régulières et leur moyenne conforme à la cote spécifiée.

Courbes des dispersions de largeurs



Cours de plan d'expérience (forme littérale)

Dans un premier temps, l'encadrement envisagea de modifier le four tunnel mais le budget de réalisation était beaucoup trop lourd pour cette entreprise.

Les dirigeants de l'entreprise consultèrent le Docteur Taguchi et décidèrent d'utiliser ses techniques pour s'attaquer au problème.

Le Docteur Taguchi réunit **toutes** les personnes (ouvriers, techniciens, ingénieurs) qui avaient des connaissances dans la fabrication et la cuisson des tuiles pour une séance de *brainstorming*.

La première chose que G.Taguchi leur déclara est qu'il fallait renoncer à modifier le four et, par conséquent, le considérer comme un facteur bruit.

Il fallait donc identifier les facteurs contrôlables, susceptibles d'avoir un effet sur les dimensions des tuiles. Une discussion réunissant toute l'équipe eut lieu et, finalement, 7 facteurs furent retenus et chacun à 2 niveaux comme le montre le tableau suivant :

Facteurs à tester	Niveau 1	Niveau 2
A : Quantité de pierre à chaux	5%	1% (actuel)
B : Granulométrie des additifs	grossière (actuelle)	fine
C : Quantité d'agglomérant	43%	53% (actuel)
D : Type d'agglomérant	nouveau	actuel
E : Lot de chargement	1300	1200 (actuel)
F : Quantité de rebroyé	0% (actuel)	4%
G : Quantité de felspath	5%	(actuel) 0%

Tous ces facteurs semblaient sans aucun rapport avec le problème à résoudre.

G.Taguchi proposa un plan d'expériences comportant seulement 8 essais selon le plan factoriel ci-dessous :

N° essai	Facteurs testés							Résultats de l'essai
	A	B	C	D	E	F	G	
1	1	1	1	1	1	1	1	R1
2	1	1	1	2	2	2	2	R2
3	1	2	2	1	1	2	2	R3
4	1	2	2	2	2	1	1	R4
5	2	1	2	1	2	1	2	R5
6	2	1	2	2	1	2	1	R6
7	2	2	1	1	2	2	1	R7
8	2	2	1	2	1	1	2	R8

En observant attentivement ce plan on peut déjà remarquer deux choses importantes :

- chacun des essais est effectué avec une combinaison différente des niveaux des facteurs,
- chaque niveau de chaque facteur est combiné à chaque niveau des autres facteurs, et ce, un nombre égal de fois.

Il fût aussi décidé que le résultat de chacun des essais serait exprimé par le pourcentage de tuiles situées en dehors des tolérances admises. Il est important de choisir un critère qui se mesure facilement.

Les essais furent faits et les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

Cours de plan d'expérience (forme littérale)

N° essai	Facteurs testés							Résultats de l'essai
	A	B	C	D	E	F	G	
1	1	1	1	1	1	1	1	16%
2	1	1	1	2	2	2	2	17%
3	1	2	2	1	1	2	2	12%
4	1	2	2	2	2	1	1	6%
5	2	1	2	1	2	1	2	6%
6	2	1	2	2	1	2	1	68%
7	2	2	1	1	2	2	1	42%
8	2	2	1	2	1	1	2	26%

On décide de noter A1 le pourcentage moyen de rebuts lorsque le facteur A est au niveau 1.

On a alors :

$$A1 = (16 + 17 + 12 + 6) / 4 = 12,75\%$$

De la même façon :

$$A2 = (6 + 68 + 42 + 26) / 4 = 35,50 \%$$

On peut ainsi calculer les pourcentages moyens de rebuts pour les 2 niveaux des 7 facteurs étudiés.

Ces résultats se trouvent résumer dans le tableau récapitulatif suivant :

Facteurs		A	B	C	D	E	F	G
%	Niv 1	12,75	26,75	25,25	19	30,5	13,5	33
rebut	Niv 2	35,5	21,5	23	29,25	17,75	34,75	15,25
Différence en %		-22,75	5,25	2,25	-10,25	12,75	-21,25	17,75

Il suffit finalement de choisir la configuration optimale en prenant pour chaque facteur le niveau qui entraîne le pourcentage de rebut le plus faible, c'est à dire :

A1 B2C2 D1 E2 F1 G2

Une dernière étape reste à faire pour vérifier que les prédictions théoriques étaient correctes : c'est l'essai de validation.

Ce fut le cas et les nouvelles valeurs des facteurs furent adoptées en production.

Le problème des rebuts était complètement résolu sans que celui de l'hétérogénéité de la température à l'intérieur du four n'ait trouvé de réponse.

Cet exemple est éloquent car il montre clairement que l'élimination des effets parasites est possible, sans en supprimer la cause.

Chapitre 2 : Initiation aux outils des plans d'expérience.

A. Introduction.

Les essais de mise au point d'un produit ou d'un processus font partie intégrante du métier des ingénieurs. Ceux-ci sont souvent amenés à rechercher des valeurs des paramètres qui définissent les produits ou les paramètres de réglage des moyens de production afin d'obtenir les performances désirées.

Pour cela on utilise la technique du plan d'expériences qui est une suite d'essais entièrement organisée à l'avance de manière à déterminer, en un minimum d'essais et un maximum de précision, l'influence des différents paramètres possibles, pour optimiser les performances du système étudié.

Ces plans ont été développés au début du siècle par l'anglais Ronald FISHER et le français Jacques HADAMARD. Mais leurs techniques ont peu pénétré le domaine industriel du fait de leur caractère trop théorique et de la complexité de leur mise en oeuvre. Une des contributions majeures de G.Taguchi est d'avoir vulgarisé ces techniques en proposant une panoplie de plans standard auxquels sont associés des dispositifs pratiques.

B. Les différentes méthodes d'expérimentation.

Exemple introductif :

Vous souhaitez peindre un mur d'une couleur blanc cassé et pour cela vous achetez un pot de peinture blanche avec quelques tubes de colorants. Vous commencez par verser quelques gouttes de marron, puis de noir, puis de rouge ...et après quelques tâtonnements vous obtenez enfin la teinte voulue. Vous appliquez la teinte sur le mur mais, lors de la seconde couche, vous réalisez que vous n'aurez pas assez de peinture : il faut donc en refaire. Vous vous livrez alors à un exercice redoutable : retrouvez la même teinte. Evidemment vous n'avez pris aucune note sur les proportions des colorants utilisés la première fois. Vous êtes donc obligés de travailler par approximations successives et vous n'avez que très peu de chances de retrouver la même nuance.

Cette première expérience vous permet de mieux mesurer la portée du principe suivant :

Une méthode d'expérimentation n'est exploitable que si elle est reproductible.

On peut distinguer trois méthodes d'expérimentation, que nous allons illustrer avec 7 facteurs à 2 niveaux chacun :

1. Les expérimentations ne faisant varier qu'un facteur à la fois.

La faiblesse d'un tel plan réside dans le fait que chaque niveau de chaque facteur n'est essayé que face à une seule configuration des niveaux des autres facteurs. Par exemple, sur le tableau d'essais proposé ci-après, le niveau 2 du facteur A n'est pas associé au niveau 2 du facteur B. Ceci a pour conséquence de ne pas permettre de dégager clairement les effets des différents facteurs ce qui ne nous laisse que très peu de chances d'obtenir une optimisation de qualité.

Cours de plan d'expérience (forme littérale)

N° essai	Facteurs testés							Résultats de l'essai
	A	B	C	D	E	F	G	
1	1	1	1	1	1	1	1	R1
2	2	1	1	1	1	1	1	R2
3	1	2	1	1	1	1	1	R3
4	1	1	2	1	1	1	1	R4
5	1	1	1	2	1	1	1	R5
6	1	1	1	1	2	1	1	R6
7	1	1	1	1	1	2	1	R7
8	1	1	1	1	1	1	2	R8

D'autre part, sur les 8 essais, il y en a 7 où A est au niveau 1 et un seul où A est au niveau 2. Cette dissymétrie introduit inévitablement un biais au niveau du calcul de l'effet du facteur A. On traduit cela en disant que la matrice d'essais n'est pas orthogonale.

2. Les expérimentations avec un plan factoriel complet.

Dans ce cas on étudie toutes les combinaisons possibles des niveaux des facteurs essayés.

Si on utilise 7 facteurs à 2 niveaux chacun, on devra donc effectuer $2^7 = 128$ essais, ce qui est très lourd et très coûteux !

N° essai	Facteurs testés							Résultats de l'essai
	A	B	C	D	E	F	G	
1	1	1	1	1	1	1	1	R1
2	1	1	1	1	1	1	2	R2
3	1	1	1	1	1	2	1	R3
4	1	1	1	1	1	2	2	R4
-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-
127	2	2	2	2	2	2	1	R127
128	2	2	2	2	2	2	2	R128

De tels plans sont théoriquement parfaits mais les délais et les coûts d'expérimentation deviennent prohibitifs dès que l'on dépasse de 3 ou 4 facteurs.

La finalité de la démarche des plans d'expériences est d'obtenir le maximum d'informations en faisant le minimum d'essais.

C'est pour cette raison que l'on va chercher à extraire du *plan factoriel complet* ci-dessus, certains essais afin de faire un *plan factoriel fractionnaire*.

Nous verrons par la suite que nous n'utiliserons des plans factoriels complets que lorsque nous voudront étudier des *interactions* car dans ce cas on a besoin d'une information complète.

3. les expérimentations avec un plan factoriel fractionnaire.

En fait, dans un plan factoriel complet, certains essais apportent plus d'informations que d'autres et c'est à partir de cette observation qu'ont été mis au point les plans factoriels fractionnaires.

Restons dans le cadre d'une étude de 7 facteurs à 2 niveaux et étudions le plan proposé dans le tableau ci-dessous :

N° essai	Facteurs testés							Résultats de l'essai
	A	B	C	D	E	F	G	
1	1	1	1	1	1	1	1	R1
2	1	1	1	2	2	2	2	R2
3	1	2	2	1	1	2	2	R3
4	1	2	2	2	2	1	1	R4
5	2	1	2	1	2	1	2	R5
6	2	1	2	2	1	2	1	R6
7	2	2	1	1	2	2	1	R7
8	2	2	1	2	1	1	2	R8

On peut faire deux remarques fondamentales :

- le nombre d'essais a été réduit à 8 (au lieu de 128 pour un plan complet !),
- chaque niveau de chaque facteur est confronté à tous les niveaux des autres facteurs et dans des proportions égales. On traduit cette particularité en disant que le plan est *orthogonal* et ceci est fondamental pour étudier correctement les interactions entre les différents facteurs. C'est donc la condition fondamentale pour pouvoir calculer les effets d'un facteur indépendamment des autres facteurs.

C. Les matrices d'expériences fractionnaires Taguchi.

D.

La mise au point d'une matrice d'expériences fractionnaire orthogonale, spécialement adaptée à la réalisation d'une expérimentation donnée, n'est pas à la portée des non-spécialistes.

Une des contributions majeures de G.Taguchi est d'avoir mis au point des outils qui simplifient, et, surtout, fiabilisent considérablement cette tâche notamment une collection de matrices d'expériences fractionnaires orthogonales standard, qui s'avèrent suffisantes pour la quasi-totalité des situations industrielles.

Chaque matrice est désignée par un symbole.

Par exemple :

- $L_8 (2^7)$ signifie que l'on étudie 7 facteurs à 2 niveaux et qu'il faut réaliser 8 essais.
- $L_{18} (2^1 \times 3^7)$ signifie que l'on étudie 1 facteur à 2 niveaux et 7 facteurs à 3 niveaux et qu'il faut réaliser 18 essais.

On trouvera en annexe quelques matrices d'expériences, ainsi que les tables triangulaires et les graphes linéaires qui leur sont associés. Cette liste n'est pas exhaustive mais il est facile de se la procurer car il existe de nombreux ouvrages sur cette question ainsi que des sites internet.

Chapitre 3 : Méthodologie des plans d'expériences.

Ratio signal/bruit.

A. Organisation classique d'un plan d'expériences.

L'exemple de la fabrique de tuiles présenté au chapitre 1 permet de distinguer les principales étapes dans la mise en œuvre d'un plan d'expériences :

1. définition de l'objectif à atteindre :

réduire le taux de rebut. Il s'agit donc d'un critère à minimiser. Nous verrons par la suite qu'il existe aussi des critères à maximiser (une résistance à la corrosion, par exemple) ainsi que des critères ciblés (une largeur donnée, par exemple).

2. détermination des facteurs et de leurs différents niveaux :

on a retenu 7 facteurs à 2 niveaux. Le choix des facteurs et des différents niveaux est une étape fondamentale dans l'élaboration d'un plan. Il est indispensable d'y associer tous les acteurs de la chaîne de fabrication, de l'ouvrier à l'ingénieur, afin de ne rien laisser dans l'ombre. Il est important de choisir des facteurs ayant la plus grande indépendance entre eux afin que les phénomènes d'interactions soient négligeables.

3. choix de la matrice d'expériences :

on choisit évidemment la plus simple compatible avec les objectifs de l'expérimentation à effectuer. Dans les cas qui nous intéressent, on prend L_8 .

4. réalisation des essais et mesure des résultats :

compte tenu de la matrice choisie, il faut réaliser 8 essais.

Chaque essai doit être réalisé plusieurs fois afin de mesurer la dispersion des résultats.

Celle-ci nous renseigne sur l'influence des facteurs non contrôlés et elle sera utilisée dans le calcul du ratio signal / bruit qui est l'indicateur de robustesse du processus aux facteurs bruits. D'autre part, tous les essais sont répétés le même nombre de fois.

Attention : il serait désastreux de ne faire qu'une mesure par essai car on n'aurait alors aucune indication sur l'influence des facteurs bruits.

5. dépouillement des résultats et calculs des effets des facteurs testés.

Pour mesurer les résultats on introduit les grandeurs suivantes :

T qui est la moyenne de l'ensemble des résultats des différents essais.

A1 qui est la moyenne des résultats lorsque le facteur A est au niveau 1.

On définit de même A2.

On montre facilement que l'on a : $T = (A1 + A2) / 2$

L'effet moyen de chaque niveau de facteur s'apprécie par rapport à la moyenne générale T.

Par exemple, l'effet moyen de A au niveau 1 est : Effet (A1) = $A1 - T$.

De la même façon, on calcule Effet (A2) = $A2 - T$.

On a alors : Effet (A1) + Effet (A2) = 0 (la somme des effets moyens des différents niveaux d'un même facteur est nulle).

A partir des résultats des essais, on calcule de la même façon les effets des niveaux des différents facteurs.

6. choix de la configuration optimale.

A partir des effets moyens des différents niveaux de tous les facteurs et, en faisant l'hypothèse que les effets moyens individuels s'additionnent, on recherche la configuration qui nous rapproche le mieux de l'objectif fixé.

Il est important de comprendre que cette hypothèse d'additivité des effets suppose que les facteurs retenus sont indépendants.

Par exemple, dans le cas de la fabrique de tuiles Ina Seito, nous avons proposé la configuration finale :

A1 B2 C2 D1 E2 F1 G2.

Pour prévoir le taux théorique T théo de rebut correspondant, il suffit d'additionner au taux de rebut moyen T, les différents effets.

Cela nous donne :

Taux de rebut = 23,37%

Effet (A1) = A1 - T =	12,75% - 24,125% =	-11,375%
Effet (B2) = B2 - T =	21,5% - 24,125% =	-2,625%
Effet (C2) = C2 - T =	23% - 24,125% =	-1,125%
Effet (D1) = D1 - T =	19% - 24,125% =	-5,125%
Effet (E2) = E2 - T =	17,75% - 24,125% =	-6,375%
Effet (F1) = F1 - T =	13,5% - 24,125% =	-10,625%
Effet (G2) = G2 - T =	15,25% - 24,125% =	-8,875%

Tthéo = 24,125 - 11,375 - 2,625 - 1,125 - 5,125 - 6,375 - 10,625 - 8,875 = - 32,625%

Ce résultat négatif peut surprendre mais n'oublions qu'il s'agit d'un calcul théorique et qu'un taux de rebut de 0% nous satisfera pleinement.

7. réalisation de l'essai de validation.

Il est clair que la configuration optimale proposée est le résultat d'un travail théorique qui s'appuie sur l'hypothèse d'addition des effets moyens. Il faut impérativement la valider, avec le même nombre de mesures qui a été utilisé pour chaque essai durant le plan.

Si l'essai de validation vient confirmer le résultat théorique attendu alors le plan d'expériences est un succès.

Si cela n'est pas le cas, alors il faut alors revoir le choix des facteurs et des niveaux car il est possible que certaines interactions agissent et faussent les résultats prévus. Dans ce cas, il est souhaitable de refaire un plans d'expériences qui ne répètent pas les erreurs du premier.

B. Apport de la méthode Taguchi : le ratio signal / bruit.

La méthode classique fait intervenir pour chaque essai la valeur moyenne des différentes mesures faites et ne tient pas directement compte de la dispersion des mesures.

La supériorité de la méthode Taguchi, par rapport à la méthode classique des plans d'expériences, résulte de l'utilisation d'un indicateur de performance : le ratio signal / bruit.

Il prend **simultanément** en compte :

- d'une part : l'objectif recherché (le signal),
- d'autre part, la dispersion de cette valeur (le bruit).

Cet indicateur se calcule de façon différente suivant la nature du critère étudié :

Ratio signal / bruit dans le cas d'un critère ciblé

- avec valeurs mesurées toutes positives :

$$\frac{S}{N} \text{ (db)} = 10 \log \left[\left(\frac{\bar{y}}{s} \right)^2 - \frac{1}{n} \right]$$

- avec valeurs mesurées positives et négatives

$$\frac{S}{N} \text{ (db)} = -10 \log (s^2)$$

Ratio signal / bruit dans le cas d'un critère à minimiser

$$\frac{S}{N} \text{ (db)} = -10 \log [s^2 + (\bar{y})^2]$$

Ratio signal / bruit dans le cas d'un critère à maximiser

$$\frac{S}{N} \text{ (db)} = 10 \log [(\bar{y})^2] - 10 \log \left[1 + 3 \left(\frac{s}{\bar{y}} \right)^2 \right]$$

avec :

y = moyenne arithmétique des valeurs mesurées

s = écart-type des valeurs mesurées

n = nombre de mesures effectuées

Concrètement, vous n'aurez pas à utiliser ces formules puisque le logiciel Kit-Tag fait directement ces calculs à condition que vous lui indiquiez la nature du critère étudié.

Dans tous les cas, on retiendra que la performance est d'autant plus grande que le ratio signal / bruit est élevé.

Remarque : On peut noter que dans le cas du plan d'expériences fait pour la fabrique de tuiles Ina Seito, le ratio signal/bruit n'a pas été utilisé. Nous verrons par la suite comment il aurait été possible de faire un plan d'expériences plus pertinent.

Chapitre 4 : Le traitement informatique.

A. Introduction.

Il existe de nombreux logiciels permettant d'effectuer les calculs nécessaires à la réalisation d'un plan d'expériences.

Ils sont souvent d'une utilisation délicate car ce sont de véritables usines à gaz pour lesquels les plans d'expériences ne sont qu'une infime partie de leurs possibilités.

Un ingénieur, Philippe Alexis, diplômé des Arts et Métiers, a beaucoup utilisé dans sa vie professionnelle les plans d'expériences. Fort de l'expérience de trente années d'activités industrielles il est devenu un expert en la matière. Il a publié plusieurs ouvrages et un logiciel simple et efficace.

B. Le logiciel A-Kit Tag.

Ce logiciel vous guide dans les différentes étapes de votre plan d'expériences et effectue tous les calculs nécessaires.

Le travail est divisé en 5 périodes successives :

1. Préparation des documents à l'expérimentation.
2. Saisies relatives aux réponses du système à optimiser.
3. Dépouillement des résultats.
4. Essai de validation.
5. Consultation. Modification. Impression de documents.

C. Etude d'un exemple.

Un plan d'expérience a été entrepris sur l'injection d'une pièce plastique en vue de réaliser le capot d'une imprimante. On veut maîtriser la longueur de la pièce. Il s'agit donc d'un critère ciblé avec valeurs toutes positives.

La valeur nominale à atteindre est : $457,65 \pm 0,25$ mm.

Le plan fait intervenir 11 facteurs à 2 niveaux chacun.

On a utilisé la matrice L12 suivante :

essai N°	Facteurs contrôlés										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2
4	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2
5	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1
6	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1
7	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1
8	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2
9	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1
10	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2
11	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2
12	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1

Voici les principaux documents fournis par le logiciel Kit Tag lors de cette étude :

1. La feuille de définition des facteurs et de leurs niveaux.

N°	Facteur contrôlé	Niveau 1	Niveau 2
A	Température eau du moule côté fixe	70°	90°
B	Température eau du moule côté mobile	70°	90°
C	Température boudineuse	280°	300°
D	Vitesse d'injection	1	2,5
E	Point de commutation	18	22
F	Pression de maintien	60	90
G	Temps de maintien	10 s	16 s
H	Temps de refroidissement	10 s	20 s
I	Vitesse de rotation de la vis	5	10
J	Contre pression	5	15
K	Décompression	3	8

2. La feuille de récapitulation des résultats.

Les résultats des essais sont saisis les uns après les autres.

Pour chaque essai, 10 mesures ont été effectuées.

Ensuite le logiciel propose un récapitulatif des résultats faisant apparaître la moyenne, l'écart-type et le ratio signal/bruit :

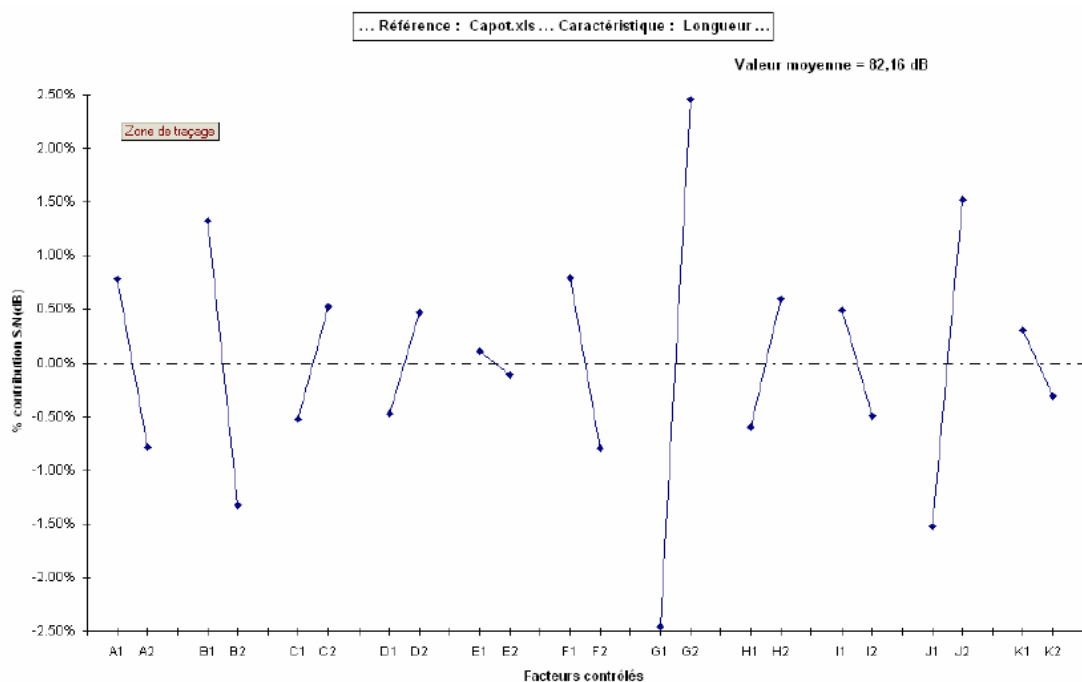
Référence expérimentation			
Capot.XLS			
Caractéristique mesurée	Unité de mesure		
Longueur	mm		
Critère ciblé_1		Nombre de mesures par essai : 10	
N°essai	Moyenne	Ecart type	S/N(dB)
1	456,41	0,04	80,72
2	457,73	0,02	85,61
3	456,48	0,03	83,36
4	456,62	0,03	83,65
5	457,81	0,04	81,39
6	457,67	0,04	82,08
7	456,68	0,02	88,58
8	457,72	0,04	82,33
9	457,42	0,05	78,89
10	456,81	0,06	77,78
11	457,49	0,05	78,72
12	456,48	0,03	82,82

3. **Le tableau des réponses** avec, à gauche, la contribution (en %) au ratio signal / bruit et, à gauche, l'effet sur la valeur mesurée.

TABLEAU DES RÉPONSES					Référence expérimentation	Caractéristique mesurée	TYPE			
					Capot.XL S	Longueur	Critère ciblé_1			
$\% \text{ Contribution S/N(dB)} = (\text{S/N niveau facteur} - \text{S/N moyen}) / \text{valeur absolue de S/N moyen}$					$\text{Effet sur la valeur mesurée} = \text{valeur niveau facteur} - \text{valeur moyenne}$					
% Contribution S/N(dB)					Facteur N°	Effet sur la valeur mesurée			Valeur moyenne	457,11 mm
Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5		Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5
0,78%	-0,78%				A	0,01	-0,01			
1,32%	-1,32%				B	-0,04	0,04			
-0,52%	0,52%				C	-0,08	0,08			
-0,47%	0,47%				D	0,05	-0,05			
0,11%	-0,11%				E	0,02	-0,02			
0,80%	-0,80%				F	-0,53	0,53			
-2,46%	2,46%				G	-0,04	0,04			
-0,59%	0,59%				H	-0,07	0,07			
0,49%	-0,49%				I	0,01	-0,01			
-1,52%	1,52%				J	0,00	0,00			
0,31%	-0,31%				K	-0,03	0,03			

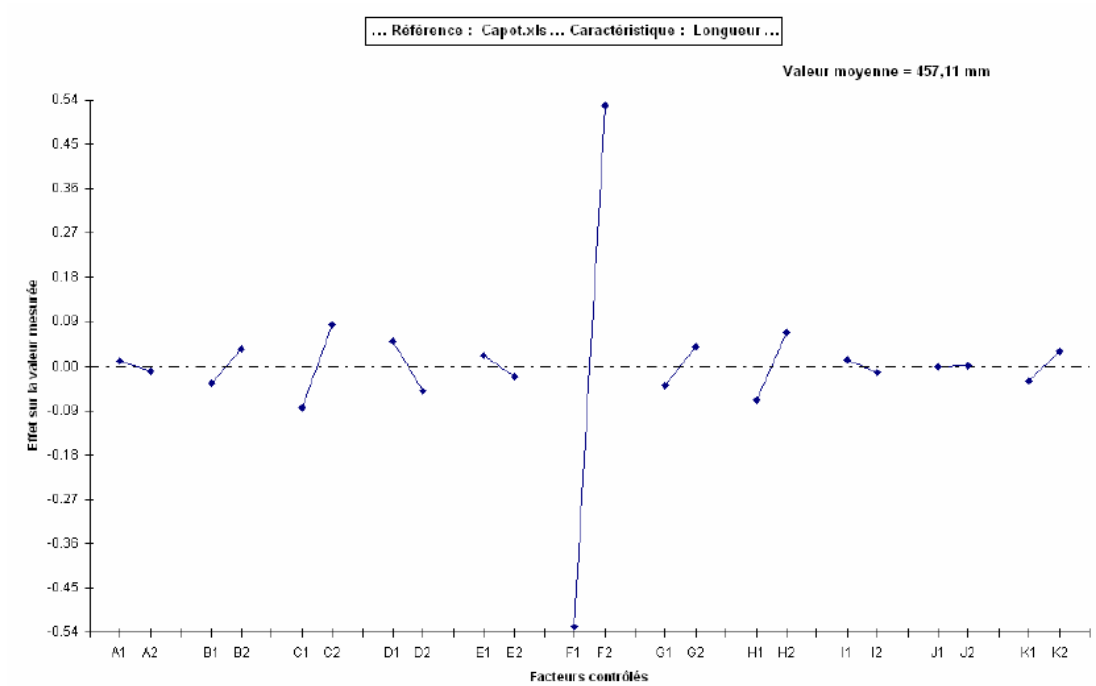
Ce tableau permet de dégager clairement les effets de chaque facteur sur la longueur mesurée en distinguant :

- d'une part, l'effet sur le ration signal / bruit. On a ainsi une information précieuse sur la sensibilité de chaque facteur sur la dispersion,
- d'autre part, l'effet sur la longueur mesurée.



Cours de plan d'expérience (forme littérale)

Le logiciel permet aussi de représenter graphiquement chacun des effets décrits ci-dessus.



4. Optimisation proposée par le logiciel :

C'est celle qui rend maximal le ratio signal / bruit. Elle ne tient aucun compte de la cible.

Cours de plan d'expérience (forme littérale)

REVISION OPTIMISATION N° 1

Référence expérimentation

Capot.xls

Ecart type théorique résultant : 0.02

N°	Facteur contrôlé	Niv	% Contribution S/II(dB) & Effet sur la valeur mesurée		
			Longueur		
A	Température eau du moule côté fixe	1	0.78%		
				0.010	
B	Température eau du moule côté mobile	1	1.32%		
				-0.035	
C	Température boudineuse	2	0.52%		
				0.085	
D	Vitesse d'injection	2	0.47%		
				-0.051	
E	Point de commutation	1	0.11%		
				0.021	
F	Pression de maintien	2	-0.80%		
				0.529	
G	Temps de maintien	2	2.46%		
				0.040	
H	Temps de refroidissement	2	0.59%		
				0.068	
I	Vitesse de rotation de la vis	1	0.49%		
				0.013	
J	Contre pression	2	1.52%		
				0.002	
K	Décompression	1	0.31%		
				-0.031	
Ratio S/II(dB) théorique résultant			85.642		
S/N(dB) moyen			82.161		
Sensibilité ou valeur mesurée théorique résultante				457.762	

La configuration proposée permet d'obtenir, en théorie, une longueur de 456,70 mm. Cela ne nous convient pas puisque la valeur nominale à atteindre est : $457,65 \pm 0,25$ mm. Il vous faut donc modifier certains niveaux pour nous rapprocher le plus près possible de la cible sans trop sacrifier le ratio signal / bruit.

5. Révision d'optimisation n°2 :

Nous prenons le facteur F au niveau 2 au lieu de la prendre au niveau 1. Cette nouvelle configuration laisse théoriquement espérer une longueur de 457,76 mm, ce qui est dans l'intervalle souhaité à savoir [457,40 mm ; 457,90 mm]. D'autre part, le ratio signal / bruit attendu est égal à 85,642 dB. Il reste donc très supérieur au ratio signal / bruit moyen qui est de 82,161 dB. Il ne reste plus qu'à tester cette configuration à travers les essais de validation.

6. Les essais de validation :

On réalise 10 mesures avec la configuration précédente. Le logiciel permet de calculer la moyenne des mesures ainsi que le ratio signal/bruit correspondant. La comparaison de ces résultats avec les prévisions théoriques attendues apporte la confirmation, ou la sanction, du plan d'expériences effectué.

Chapitre 5 : Optimisation simultanée de plusieurs paramètres.

La méthode TAGUCHI permet aussi d'optimiser plusieurs paramètres et le logiciel KIT-TAG accompagne l'expérimentateur dans cette démarche.

Pour illustrer cela nous allons reprendre l'étude du capot d'imprimante faite dans le chapitre précédent.

A. Présentation du plan.

On travaille donc sur un capot d'imprimante obtenu par injection de polycarbonate dans un moule.

Nous cherchons dans cette étude à maîtriser 3 caractéristiques :

- La longueur du capot qui doit être de $457 \pm 0,25$ mm.
- Le cintrage du capot qui doit être de $0 \pm 0,24$ mm.
- Les givrures, qui sont des défauts sur la matière plastique, et dont la surface (exprimée en cm^2) doit être la plus petite possible.

Nous avons donc affaire à 3 critères différents :

- La longueur qui est un critère ciblé à valeurs toutes positives.
- Le cintrage qui est un critère ciblé à valeurs positives et négatives.
- La surface de givrures qui est un critère à minimiser.

Le plan d'expérience choisi est celui décrit dans le chapitre précédent : on fait intervenir 11 facteurs à 2 niveaux et on utilise un plan comportant 12 essais (matrice L_{12}).

A chaque essai on moule 20 pièces et on n'en retient qu'une sur deux, ce qui conduit à 10 mesures.

Au total on effectue donc $12 \times 10 = 120$ mesures. Chaque mesure comporte la longueur, la planéité et la surface de givrures.

B. Traitement informatique.

Le logiciel Kit-Tag permet alors de mettre en évidence les effets des facteurs sur chacun des paramètres étudiés.

Nous pouvons bien sûr observer séparément les tableaux pour la longueur, le cintrage et les givrures.

On peut évidemment optimiser séparément chaque paramètre mais il y a très peu de chances que les niveaux des facteurs pour chacune des trois optimisations soient les mêmes.

Il faut donc faire une optimisation simultanée des différents paramètres.

Pour cela le logiciel nous propose une première optimisation basée sur le principe suivant : pour chaque facteur, le logiciel recherche le niveau où la somme des contributions au ratio signal/bruit est la plus élevée possible.

Cours de plan d'expérience (forme littérale)

REVISION OPTIMISATION N° 1

Référence expérimentation

Capot.xls

Ecart type théorique résultant : 0.02 0.04 Non calculable

N°	Facteur contrôlé	liv	% Contribution S/N(dB) & Effet sur la valeur mesurée		
			Longueur	Cintrage	Givrures
A	Température eau du moule côté fixe	2	-0.78% -0.010	2.72% -0.367	20.40% -1.933
B	Température eau du moule côté mobile	2	-1.32% 0.035	-1.07% 0.243	19.74% -1.200
C	Température boudineuse	1	-0.52% -0.085	4.92% -0.407	17.13% -1.100
D	Vitesse d'injection	1	-0.47% 0.051	2.56% 0.482	19.06% -1.849
E	Point de commutation	1	0.11% 0.021	0.70% -0.203	47.97% -2.729
F	Pression de maintien	2	-0.80% 0.529	-5.29% -0.105	53.30% -2.367
G	Temps de maintien	1	-2.46% -0.040	7.22% 0.009	13.06% 0.566
H	Temps de refroidissement	2	0.59% 0.068	1.64% 0.146	19.77% -1.189
I	Vitesse de rotation de la vis	1	0.49% 0.013	8.56% 0.297	-3.53% -0.606
J	Contre pression	2	1.52% 0.002	0.34% 0.275	0.80% 0.614
K	Décompression	1	0.31% -0.031	7.61% 0.150	73.46% -3.002
Ratio S/N(dB) théorique résultant			85.642	28.599	8.703
S/N(dB) moyen			82.161	24.318	-7.531
Sensibilité ou valeur mesurée théorique résultante			457.663	0.513	-10.650

% Contribution S/N(dB) = (S/N niveau facteur - S/N moyen) / valeur absolue de S/N moyen

Cette première proposition est assez satisfaisante pour la longueur et les givrures mais elle ne convient pas pour le cintrage.

Il faut donc rechercher « à la main » une autre configuration qui améliore le cintrage sans sacrifier les deux autres paramètres.

En passant B2 à B1 et G1 à G2 on obtient une configuration optimale comme le montre le tableau suivant :

Cours de plan d'expérience (forme littérale)

REVISION OPTIMISATION N° 2



Référence expérimentation

Capot.xls

Ecart type théorique résultant : 0.02 0.04 Non calculable

I ^o	Facteur contrôlé	I ^{liv}	% Contribution S/N(dB) & Effet sur la valeur mesurée		
			Longueur	Cintrage	Givrures
A	Température eau du moule côté fixe	2	-0.78% -0.010	2.72% -0.367	20.40% -1.933
B	Température eau du moule côté mobile	1	1.32% -0.035	1.07% -0.243	-19.74% 1.200
C	Température boudineuse	1	-0.52% -0.065	4.92% -0.407	17.13% -1.100
D	Vitesse d'injection	1	-0.47% 0.051	2.56% 0.482	19.06% -1.849
E	Point de commutation	1	0.11% 0.021	0.70% -0.203	47.97% -2.729
F	Pression de maintien	2	-0.80% 0.529	-5.29% -0.105	53.30% -2.367
G	Temps de maintien	2	2.46% 0.040	-7.22% -0.009	-13.06% -0.666
H	Temps de refroidissement	2	0.59% 0.068	1.64% 0.146	19.77% -1.199
I	Vitesse de rotation de la vis	1	0.49% 0.013	8.56% 0.297	-3.53% -0.606
J	Contre pression	2	1.52% 0.002	0.34% 0.275	0.80% 0.614
K	Décompression	1	0.31% -0.031	7.61% 0.150	73.46% -3.002
Ratio S/N(dB) théorique résultant			85.642	28.599	8.703
S/N(dB) moyen			82.161	24.318	-7.531
Sensibilité ou valeur mesurée théorique résultante			457.673	0.009	-9.391

% Contribution S/N(dB) = (S/N niveau facteur-S/N moyen) / valeur absolue de S/N moyen

L'essai de validation est venu confirmer la validité de cette étude.

Chapitre 6 : Etude des interactions....

A. Le problème des interactions.

Lorsque plusieurs facteurs agissent sur la même « énergie » du système étudiée, alors ils sont susceptibles de provoquer des interactions.

Le graphique 1 ci-dessous étudie les effets des facteurs A et B, ayant chacun deux niveaux. On peut observer que l'effet du facteur A ne dépend pas des niveaux de B : en effet les droites correspondantes sont parallèles. De la même façon l'effet de B ne dépend pas des niveaux de A.

Cela signifie qu'il n'y a aucune interaction entre les facteurs A et B, aux niveaux testés.

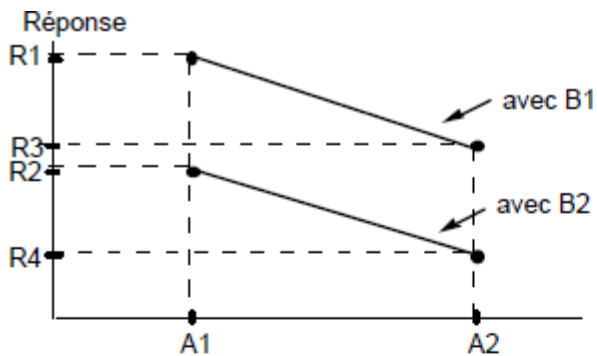
On dit alors que *les facteurs A et B sont indépendants*.

En observant les graphiques 2 et 3 ci-contre, on remarque immédiatement que les droites traduisant l'effet des facteurs ne sont pas parallèles.

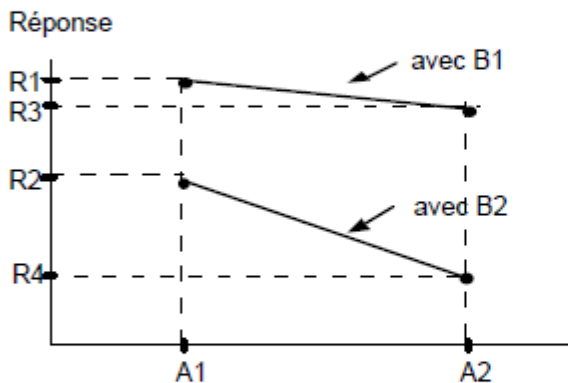
L'effet de A change suivant que le facteur B est au niveau 1 ou 2. Cela signifie qu'une interaction entre les facteurs A et B s'est manifestée.

On dit alors que *les facteurs A et B ne sont pas indépendants*.

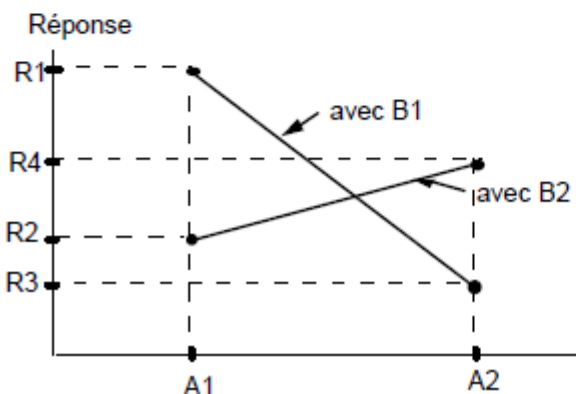
On peut noter dans le graphique 3 que l'effet de A s'inverse suivant le niveau de B, cela signifie que l'interaction est particulièrement forte.



Cas n°1
Les droites sont parallèles
Il n'y a pas d'interaction.
L'effet de A est indépendant des niveaux de B



Cas n°2
Les droites ne sont pas parallèles
Il y a interaction.
L'effet de A n'est pas indépendant des niveaux de B



Cas n°3
Lorsque les droites se coupent, il y a une très forte interaction.
L'effet de A s'inverse selon le niveau de B

B. L'effet des interactions dans un plan factoriel fractionnaire.

Chaque matrice d'expériences est accompagnée d'une table triangulaire et d'un graphe linéaire permettant de savoir dans quelle colonne une interaction donnée est susceptible de se manifester.

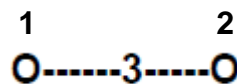
Par exemple, étudions le cas de la matrice L4 suivante :

N° essai	Facteurs testés		
	A	B	C
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	2	2
4	1	2	2

Table triangulaire :

1	2	3
1	3	2
	2	1

Graphe linéaire :



On peut lire que l'interaction éventuelle des facteurs situés dans les colonnes 1 et 2 se manifeste dans la colonne 3 réservée à l'étude du facteur C.

Cela signifie que les effets de l'interaction A-B et ceux du facteur C vont être superposés et qu'il ne sera pas possible de les différencier.

Ce phénomène est connu sous le nom d'*alias* et il s'explique par le fait que le plan est fractionnaire. Si on faisait un plan factoriel complet alors on n'aurait pas cet inconvénient ... mais on ferait 8 essais au lieu de 4.

La seule façon de se protéger de ce phénomène est de choisir des facteurs indépendants, ou faiblement dépendants.

Bien sûr, cela n'est pas toujours facile et on découvre certaines interactions a posteriori lorsque les essais de validation ne viennent pas confirmer l'optimisation prévue.

Il faut donc, durant la phase de recherche des facteurs et de leurs niveaux, être très vigilant à ces phénomènes d'interactions.

Lorsque des interactions apparaissent entre certains facteurs, on peut recommander deux méthodes :

1. on bloque un des 2 facteurs afin de ne pas provoquer d'interaction,
2. on regroupe les 2 facteurs provoquant des interactions en un « facteur composite ».

C. L'étude des interactions.

Lorsque l'on fait un plan d'expériences, dans un premier temps, on néglige les interactions.

Évidemment les facteurs ont été choisis avec le plus grand soin afin d'éviter les phénomènes d'alias qui faussent l'étude des effets des facteurs.

Malheureusement, dans certains cas, les essais de validation mettent clairement en évidence des interactions qui diminuent l'efficacité du plan effectué.

On peut alors, dans un deuxième temps, faire un plan d'expérience pour étudier l'effet des interactions et les intégrer dans l'optimisation finale.

Il existe des matrices pour cela MAIS il faut savoir que dans ce cas on doit faire un plan factoriel complet. Pour étudier une interaction il faut payer le prix fort !

Voici, par exemple, une matrice d'expérience, permettant d'étudier 3 facteurs A, B, C à 2 niveaux, les interactions de premier ordre AB, AC, BC et l'interaction du second ordre ABC. Cette matrice comporte 8 essais puisque l'on fait alors un plan factoriel complet.

N° essai	Facteurs testés			Interaction 2 ^{ème} ordre	Interaction 1 ^{er} ordre		
	A	B	C	ABC	AB	AC	BC
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	1	2	2
3	1	2	1	1	2	1	3
4	1	2	2	2	2	2	4
5	2	1	1	1	3	3	1
6	2	1	2	2	3	4	2
7	2	2	1	1	4	3	3
8	2	2	2	2	4	4	4

Ce plan d'expériences permet de dégager les effets de chacune des interactions et de les intégrer dans les optimisations proposées.

A noter que l'on se contente des interactions du premier ordre.

On trouvera en annexe, à la fin de ce polycopié, quelques matrices, de plans d'expériences complets, adaptées à l'étude d'une, ou plusieurs, interactions.

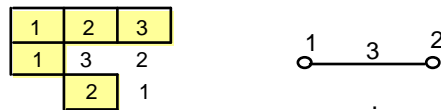
Chapitre 7 : Les sept points clés pour réussir avec la méthode Taguchi.

1. **Le problème à résoudre doit relever de la méthode des plans d'expériences.**
Procéder éventuellement à des investigations préalables en vue de limiter et de localiser exactement le sujet à traiter.
2. **Les caractéristiques à optimiser doivent avoir la relation la plus étroite possible avec l'énergie mise en œuvre dans le système étudié.**
L'acuité, la précision et la fiabilité de la mesure des résultats sont prépondérantes pour assurer le succès de l'expérimentation.
Définir pragmatiquement le nombre de mesures à effectuer, en fonction des connaissances techniques vis-à-vis du sujet à traiter, et du budget alloué.
3. **Les facteurs à tester sont à sélectionner en fonction de leur impact sur l'énergie mise en œuvre dans le système étudié.**
Plus on teste de facteurs, plus on accroît les chances de mettre le doigt sur les facteurs influents.
Pour obtenir des effets bien différenciés, choisir les valeurs des niveaux à tester les plus éloignées les unes des autres.
4. **Le groupe de réflexion chargé de préparer l'expérimentation** doit rassembler les meilleures compétences théoriques, technologiques et pratiques relatives au sujet à traiter.
5. **Il y a plus à gagner à multiplier les facteurs étudiés qu'à s'appesantir sur les problèmes d'interactions.**
Procéder, pragmatiquement, en 2 phases :
 - commencer par une expérimentation de dégrossissage permettant d'identifier les deux à quatre facteurs les plus influents.
 - si nécessaire, étudier les interactions de ces facteurs à l'aide d'une petite expérimentation complémentaire d'affinement des résultats.
6. **Méticulosité, précision et rigueur doivent prévaloir dans la préparation et la réalisation de l'expérimentation.**
Toutes les modalités de réalisation sont à officialiser dans les documents :
 1. protocole de réalisation des essais (= gamme méthode)
 2. protocole de mesure des résultats (= gamme méthode)
 3. feuille d'essais (= bons de travail)
7. **L'essai de validation est la sanction obligatoire de l'expérimentation.**

Matrice d'expériences L₄ (3 facteurs à 2 niveaux)

		1	2	3
N _i		Facteurs contr TM Is		
essai		A	B	C
1		1	1	1
2		1	2	2
3		2	1	2
4		2	2	1

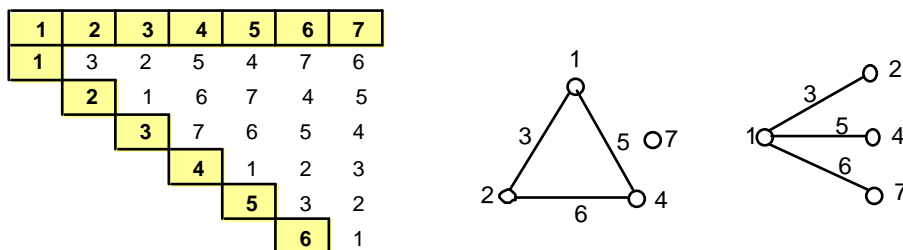
Table triangulaire et graphe linéaire L₄



Matrice d'expériences L₈ (7 facteurs à 2 niveaux)

		1	2	3	4	5	6	7
N _i		Facteurs contr TM Is						
essai		A	B	C	D	E	F	G
1		1	1	1	1	1	1	1
2		1	1	1	2	2	2	2
3		1	2	2	1	1	2	2
4		1	2	2	2	2	1	1
5		2	1	2	1	2	1	2
6		2	1	2	2	1	2	1
7		2	2	1	1	2	2	1
8		2	2	1	2	1	1	2

Table triangulaire et graphes linéaires L₈

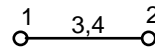


Matrice d'expériences L₈ (4 facteurs à 2 niveaux et 1 facteur à 4 niveaux)

N _i essai	1	3	5	7	2_6_4
	Facteurs contr TM Is				
	A	B	C	D	E
1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	2
3	1	2	1	2	3
4	1	2	2	1	4
5	2	2	2	2	1
6	2	2	1	1	2
7	2	1	2	1	3
8	2	1	1	2	4

Matrice d'expériences L₉ (4 facteurs à 3 niveaux)

N _i essai	1	2	3	4
	Facteurs contr TM Is			
	A	B	C	D
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1



Matrice d'expériences L₁₂ (11 facteurs à 2 niveaux)

N _i essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Facteurs contr TM Is										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2
4	1	2	1	2	2	1	2	2	1	1	2
5	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1
6	1	2	2	2	1	2	2	1	2	1	1
7	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1
8	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2
9	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1
10	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	2
11	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2
12	2	2	1	1	2	1	2	1	2	2	1

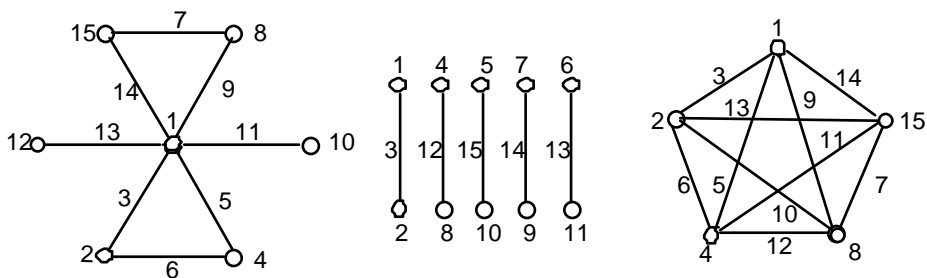
Dans cette matrice d'expériences, les interactions sont distribuées uniformément dans toutes les colonnes. Elle ne possède donc ni table triangulaire, ni graphe linéaire, et ne peut être utilisée pour étudier des interactions.

Matrice d'expériences L₁₆ (15 facteurs à 2 niveaux)

N _i essai	Facteurs contr TM Is														
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
13	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
15	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1

Table triangulaire et graphes linéaires L₁₆

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	2	5	4	7	6	9	8	11	10	13	12	15	14
	2	1	6	7	4	5	10	11	8	9	14	15	12	13
		3	7	6	5	4	11	10	9	8	15	14	13	12
			4	1	2	3	12	13	14	15	8	9	10	11
				5	3	2	13	12	15	14	9	8	11	10
					6	1	14	15	12	13	10	11	8	9
						7	15	14	13	12	11	10	9	8
							8	1	2	3	4	5	6	7
								9	3	2	5	4	7	6
									10	1	6	7	4	5
										11	7	6	5	4
											12	1	2	3
												13	3	2
													14	1



Cours de plan d'expérience (forme littérale)

Matrice d'expériences L₁₆ (12 facteurs à 2 niveaux et 1 facteur à 4 niveaux)

N _j essai	1	2	3	4	5	7	8	9	10	12	14	15	6-13-11
	Facteurs contr TM Is												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	3
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	1	1	1	4
5	1	2	2	1	1	2	1	1	2	1	2	2	4
6	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2	1	1	3
7	1	2	2	2	2	1	1	1	2	2	1	1	2
8	1	2	2	2	2	1	2	2	1	1	2	2	1
9	2	1	2	1	2	2	1	2	1	1	1	2	2
10	2	1	2	1	2	2	2	1	2	2	2	1	1
11	2	1	2	2	1	1	1	2	1	2	2	1	4
12	2	1	2	2	1	1	2	1	2	1	1	2	3
13	2	2	1	1	2	1	1	2	2	1	2	1	3
14	2	2	1	1	2	1	2	1	1	2	1	2	4
15	2	2	1	2	1	2	1	2	2	2	1	2	1
16	2	2	1	2	1	2	2	1	1	1	2	1	2

Matrice d'expériences L₁₆ (9 facteurs à 2 niveaux et 2 facteurs à 4 niveaux)

N _j essai	1	2	3	4	5	8	10	12	15	6-13-11	7-14-9
	Facteurs contr TM Is										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	1	1	2	2	3	3
4	1	1	1	2	2	2	2	1	1	4	4
5	1	2	2	1	1	1	2	1	2	4	3
6	1	2	2	1	1	2	1	2	1	3	4
7	1	2	2	2	2	1	2	2	1	2	1
8	1	2	2	2	2	2	1	1	2	1	2
9	2	1	2	1	2	1	1	1	2	2	4
10	2	1	2	1	2	2	2	2	1	1	3
11	2	1	2	2	1	1	1	2	1	4	2
12	2	1	2	2	1	2	2	1	2	3	1
13	2	2	1	1	2	1	2	1	1	3	2
14	2	2	1	1	2	2	1	2	2	4	1
15	2	2	1	2	1	1	2	2	2	1	4
16	2	2	1	2	1	2	1	1	1	2	3

Cours de plan d'expérience (forme littérale)

Matrice d'expériences L₁₆ (6 facteurs à 2 niveaux et 3 facteurs à 4 niveaux)

N° essai	1	2	3	4	8	12	5-15-10	7-14-9	6-13-11
	Facteurs contrôlés								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	1	2	3	3	3
4	1	1	1	2	2	1	4	4	4
5	1	2	2	1	1	1	2	3	4
6	1	2	2	1	2	2	1	4	3
7	1	2	2	2	1	2	4	1	2
8	1	2	2	2	2	1	3	2	1
9	2	1	2	1	1	1	3	4	2
10	2	1	2	1	2	2	4	3	1
11	2	1	2	2	1	2	1	2	4
12	2	1	2	2	2	1	2	1	3
13	2	2	1	1	1	1	4	2	3
14	2	2	1	1	2	2	3	1	4
15	2	2	1	2	1	2	2	4	1
16	2	2	1	2	2	1	1	3	2

Matrice d'expériences L₁₆ (3 facteurs à 2 niveaux et 4 facteurs à 4 niveaux)

N _i essai	1	2	3	4_12_8	5-15-10	7-14-9	6-13-11
	Facteurs contr TM s						
	A	B	C	D	E	F	G
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	1	1	3	3	3	3
4	1	1	1	4	4	4	4
5	1	2	2	1	2	3	4
6	1	2	2	2	1	4	3
7	1	2	2	3	4	1	2
8	1	2	2	4	3	2	1
9	2	1	2	1	3	4	2
10	2	1	2	2	4	3	1
11	2	1	2	3	1	2	4
12	2	1	2	4	2	1	3
13	2	2	1	1	4	2	3
14	2	2	1	2	3	1	4
15	2	2	1	3	2	4	1
16	2	2	1	4	1	3	2

Matrice d'expériences L₁₆ (5 facteurs à 4 niveaux)

N _j essai	1	2	3	4	5
	Facteurs contr TM Is				
	A	B	C	D	E
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3
4	1	4	4	4	4
5	2	1	2	3	4
6	2	2	1	4	3
7	2	3	4	1	2
8	2	4	3	2	1
9	3	1	3	4	2
10	3	2	4	3	1
11	3	3	1	2	4
12	3	4	2	1	3
13	4	1	4	2	3
14	4	2	3	1	4
15	4	3	2	4	1
16	4	4	1	3	2

Matrice d'expériences L₁₈ (1 facteur à 2 niveaux et 7 facteurs à 3 niveaux)

N _j essai	1	2	3	4	5	6	7	8
	Facteurs contr TM Is							
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	2	2	2	2	2	2
3	1	1	3	3	3	3	3	3
4	1	2	1	1	2	2	3	3
5	1	2	2	2	3	3	1	1
6	1	2	3	3	1	1	2	2
7	1	3	1	2	1	3	2	3
8	1	3	2	3	2	1	3	1
9	1	3	3	1	3	2	1	2
10	2	1	1	3	3	2	2	1
11	2	1	2	1	1	3	3	2
12	2	1	3	2	2	1	1	3
13	2	2	1	2	3	1	3	2
14	2	2	2	3	1	2	1	3
15	2	2	3	1	2	3	2	1
16	2	3	1	3	2	3	1	2
17	2	3	2	1	3	1	2	3
18	2	3	3	2	1	2	3	1

Matrice d'expériences L25 (6 facteurs à 5 niveaux)

N° essai	1	2	3	4	5	6
	Facteurs contrôlés					
	A	B	C	D	E	F
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	3	3	3	3	3
4	1	4	4	4	4	4
5	1	5	5	5	5	5
6	2	1	2	3	4	5
7	2	2	3	4	5	1
8	2	3	4	5	1	2
9	2	4	5	1	2	3
10	2	5	1	2	3	4
11	3	1	3	5	2	4
12	3	2	4	1	3	5
13	3	3	5	2	4	1
14	3	4	1	3	5	2
15	3	5	2	4	1	3
16	4	1	4	2	5	3
17	4	2	5	3	1	4
18	4	3	1	4	2	5
19	4	4	2	5	3	1
20	4	5	3	1	4	2
21	5	1	5	4	3	2
22	5	2	1	5	4	3
23	5	3	2	1	5	4
24	5	4	3	2	1	5
25	5	5	4	3	2	1

Cours de plan d'expérience (forme littérale)

Matrice d'expériences L27 (13 facteurs à 3 niveaux)

N _i essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	Facteurs contr TM s												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	3	3	3
5	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	1	1	1
6	1	2	2	2	3	3	3	1	1	1	2	2	2
7	1	3	3	3	1	1	1	3	3	3	2	2	2
8	1	3	3	3	2	2	2	1	1	1	3	3	3
9	1	3	3	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1
10	2	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
11	2	1	2	3	2	3	1	2	3	1	2	3	1
12	2	1	2	3	3	1	2	3	1	2	3	1	2
13	2	2	3	1	1	2	3	2	3	1	3	1	2
14	2	2	3	1	2	3	1	3	1	2	1	2	3
15	2	2	3	1	3	1	2	1	2	3	2	3	1
16	2	3	1	2	1	2	3	3	1	2	2	3	1
17	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	3	1	2
18	2	3	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3
19	3	1	3	2	1	3	2	1	3	2	1	3	2
20	3	1	3	2	2	1	3	2	1	3	2	1	3
21	3	1	3	2	3	2	1	3	2	1	3	2	1
22	3	2	1	3	1	3	2	2	1	3	3	2	1
23	3	2	1	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2
24	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2	2	1	3
25	3	3	2	1	1	3	2	3	2	1	2	1	3
26	3	3	2	1	2	1	3	1	3	2	3	2	1
27	3	3	2	1	3	2	1	2	1	3	1	3	2

Cours de plan d'expérience (forme littérale)

Matrice d'expériences L32 (31 facteurs à 2 niveaux)

N _i essai	Facteurs contr TM s																														
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	%	"	TM		
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
3	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	
4	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	
5	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	
6	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	
7	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	
8	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	
9	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	
10	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	
11	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	
12	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	
13	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	
14	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	
15	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	
16	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	
17	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	
18	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	
19	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	
20	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	
21	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1	2	1	2	2	1	2	
22	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	
23	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	
24	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	
25	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	
26	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	2	
27	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	2	
28	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	
29	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	2	
30	2	2	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	1	2	2	
31	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	
32	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	1	2	1	2	

Cours de plan d'expérience (forme littérale)

Table triangulaire de la matrice d'expériences **L32**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
1	3	2	5	4	7	6	9	8	11	10	13	12	15	14	17	16	19	18	21	20	23	22	25	24	27	26	29	28	31	30
2	1	6	7	4	5	10	11	8	9	14	15	12	13	18	19	16	17	22	23	20	21	26	27	24	25	30	31	28	29	
3	7	6	5	4	11	10	9	8	15	14	13	12	19	18	17	16	23	22	21	20	27	26	25	24	31	30	29	28		
4	1	2	3	12	13	14	15	8	9	10	11	20	21	22	23	16	17	18	19	28	29	30	31	24	25	26	27			
5	3	2	13	12	15	14	9	8	11	10	21	20	23	22	17	16	19	18	29	28	31	30	25	24	27	26				
6	1	14	15	12	13	10	11	8	9	22	23	20	21	18	19	16	17	30	31	28	29	26	27	24	25					
7	15	14	13	12	11	10	9	8	23	22	21	20	19	18	17	16	31	30	29	28	27	26	25	24						
8	1	2	3	4	5	6	7	24	25	26	27	28	29	30	31	16	17	18	19	20	21	22	23							
9	3	2	5	4	7	6	25	24	27	26	29	28	31	30	17	16	19	18	21	20	23	22								
10	1	6	7	4	5	26	27	24	25	30	31	28	29	18	19	16	17	22	23	20	21									
11	7	6	5	4	27	26	25	24	31	30	29	28	19	18	17	16	23	22	21	20										
12	1	2	3	28	29	30	31	24	25	26	27	20	21	22	23	16	17	18	19											
13	3	2	29	28	31	30	25	24	27	26	21	20	23	22	17	16	19	18												
14	1	30	31	28	29	26	27	24	25	22	23	20	21	18	19	16	17													
15	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16														
16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15															
17	3	2	5	4	7	6	9	8	11	10	13	12	15	14																
18	1	6	7	4	5	10	11	8	9	14	15	12	13																	
19	7	6	5	4	11	10	9	8	15	14	13	12																		
20	1	2	3	12	13	14	15	8	9	10	11																			
21	3	2	13	12	15	14	9	8	11	10																				
22	1	14	15	12	13	10	11	8	9																					
23	15	14	13	12	11	10	9	8																						
24	1	2	3	4	5	6	7																							
25	3	2	5	4	7	6																								
26	1	6	7	4	5																									
27	7	6	5	4																										
28	1	2	3																											
29	3	2																												
30	1																													

Cours de plan d'expérience (forme littérale)

Matrice d'expériences L₃₆ (13 facteurs à 3 niveaux)

N _j essai	Facteurs contr TM ls												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	1
5	2	2	2	2	3	3	3	3	1	1	1	1	1
6	3	3	3	3	1	1	1	1	2	2	2	2	1
7	1	1	2	3	1	2	3	3	1	2	2	3	1
8	2	2	3	1	2	3	1	1	2	3	3	1	1
9	3	3	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2	1
10	1	1	3	2	1	3	2	3	2	1	3	2	1
11	2	2	1	3	2	1	3	1	3	2	1	3	1
12	3	3	2	1	3	2	1	2	1	3	2	1	1
13	1	2	3	1	3	2	1	3	3	2	1	2	2
14	2	3	1	2	1	3	2	1	1	3	2	3	2
15	3	1	2	3	2	1	3	2	2	1	3	1	2
16	1	2	3	2	1	1	3	2	3	3	2	1	2
17	2	3	1	3	2	2	1	3	1	1	3	2	2
18	3	1	2	1	3	3	2	1	2	2	1	3	2
19	1	2	1	3	3	3	1	2	2	1	2	3	2
20	2	3	2	1	1	1	2	3	3	2	3	1	2
21	3	1	3	2	2	2	3	1	1	3	1	2	2
22	1	2	2	3	3	1	2	1	1	3	3	2	2
23	2	3	3	1	1	2	3	2	2	1	1	3	2
24	3	1	1	2	2	3	1	3	3	2	2	1	2
25	1	3	2	1	2	3	3	1	3	1	2	2	3
26	2	1	3	2	3	1	1	2	1	2	3	3	3
27	3	2	1	3	1	2	2	3	2	3	1	1	3
28	1	3	2	2	2	1	1	3	2	3	1	3	3
29	2	1	3	3	3	2	2	1	3	1	2	1	3
30	3	2	1	1	1	3	3	2	1	2	3	2	3
31	1	3	3	3	2	3	2	2	1	2	1	1	3
32	2	1	1	1	3	1	3	3	2	3	2	2	3
33	3	2	2	2	1	2	1	1	3	1	3	3	3
34	1	3	1	2	3	2	3	1	2	2	3	1	3
35	2	1	2	3	1	3	1	2	3	3	1	2	3
36	3	2	3	1	2	1	2	3	1	1	2	3	3