

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Type : **L8(7 fact * 2 niv)**

Nb essais (NE) : 8

Nb facteurs (NFc) 7

Nb interactions (Nint)

Essai N°	1	2	3	4	5	6	7
	Facteurs contrôlés						
	A	B	C	D	E	F	G
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

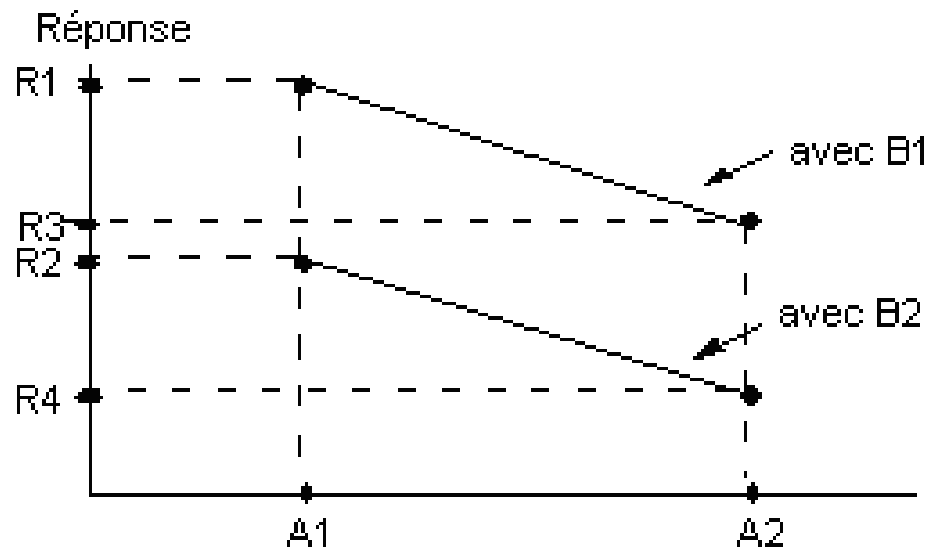
*Cours Plans
d'expériences
sur le traitement des
interactions*

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Les interactions (rappel)

On peut observer que l'effet du facteur A ne dépend pas des niveaux de B : → les droites correspondantes sont parallèles.

De la même façon l'effet de B ne dépend pas des niveaux de A.



	A	B
Essai 1	1	1
Essai 2	1	2
Essai 3	2	1
Essai 4	2	2

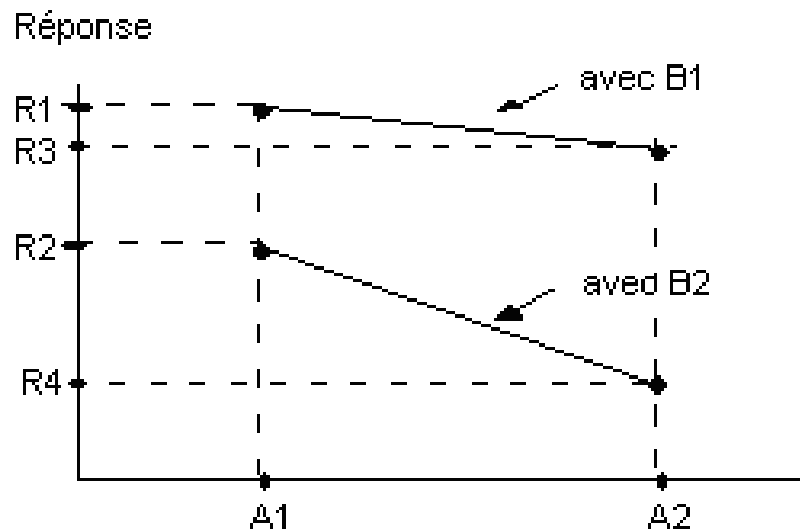
Cela signifie qu'il n'y a aucune interaction entre les facteurs A et B, aux niveaux testés : ***les facteurs A et B sont indépendants.***

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

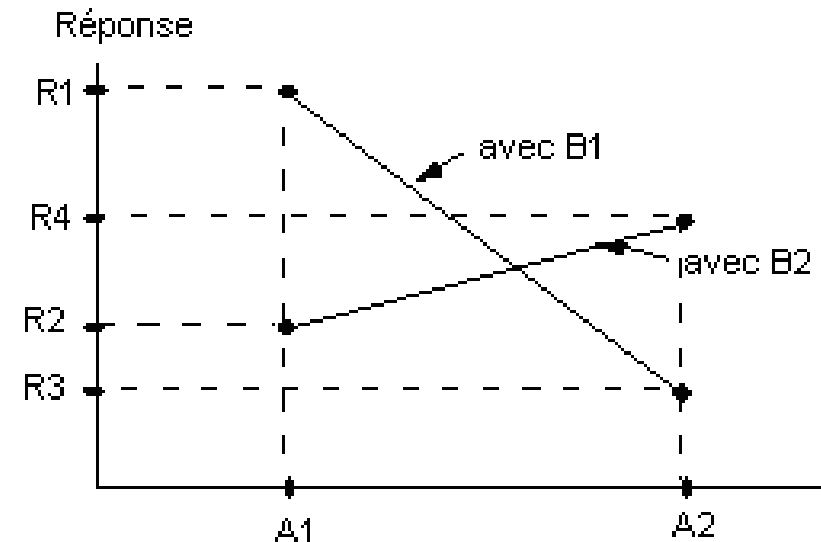
Les interactions (rappel)

Les droites traduisant l'effet des facteurs ne sont pas parallèles :
l'effet de A change suivant que le facteur B est au niveau 1 ou 2.
cela signifie qu'une interaction entre les facteurs A et B s'est manifestée :

→ les facteurs A et B ne sont pas indépendants.



Interaction faible



Interaction particulièrement forte

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Les interactions : un poison à éliminer

Les interactions, si l'on a pas prévu de les étudier
(= si l'on a pas prévu de colonnes dans la matrice d'expériences
pour qu'elles se manifestent),
vont voir leur effet se superposer aux facteurs que l'on veut
étudier → les identifier

Comment les identifier :

- observations,
- raisonnement physique.

→ Reprise de la catapulte

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

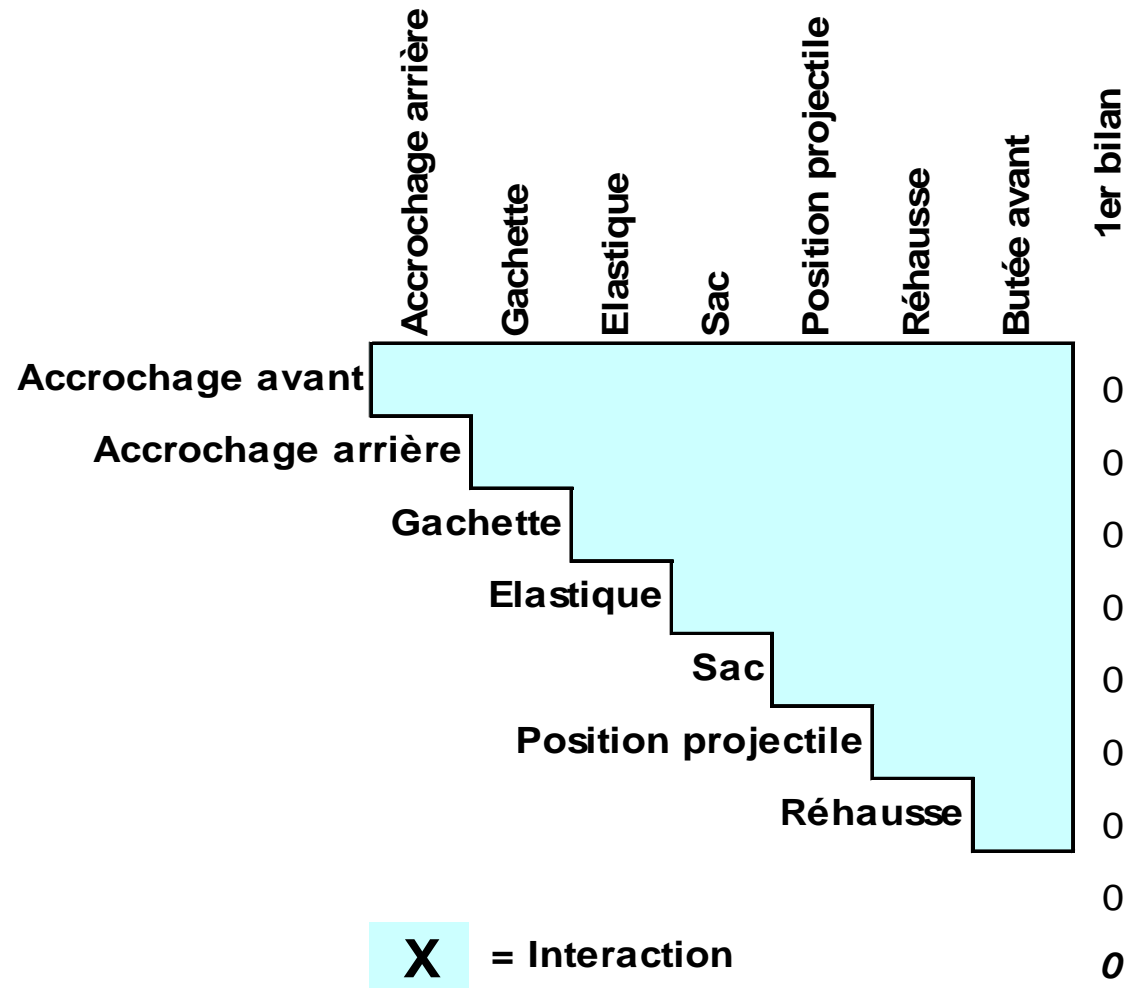
Identification des interactions

Raisonnement physique = regrouper les facteurs par fonction :

- longueur et angle de l'élastique/bras,
 - ➔ Accrochage arrière, accrochage avant, gâchette : peuvent donner des longueurs identiques avec des angles différents ➔ interaction,
- tension et distance de tir,
 - ➔ $\text{Distance} = a \times \text{raideur} \times \text{longueur de tension} \times \text{position sur le bras} / \text{masse du projectile}$ ➔ les effets étant multiplié ou divisés : ils ne sont pas additifs ➔ interaction,
- angle d'arrêt du bras,
 - ➔ seuls 2 facteurs sont concernés et sont totalement étrangers aux 2 fonctions ci-dessus, une variation d'angle donnée n'a pas le même impact sur la distance selon que l'on est proche ou loin de 45° / verticale ➔ interaction.

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Identification des interactions



Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Identification des interactions

	Accrochage arrière	Gachette	Elastique	Sac	Position projectile	Réhausse	Butée avant	1er bilan	2ème bilan
Accrochage avant	X	X	X					3	2
Accrochage arrière		X	X					3	2
Gachette			X					3	2
Elastique				X	X			5	0
Sac					X			2	1
Position projectile								2	1
Réhausse							X	1	1
								1	1
								20	10

X = Interaction

Blocage d'un des facteurs responsable du plus d'interactions

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Identification des interactions

	Accrochage arrière	Gachette	Elastique	Sac	Position projectile	Réhausse	Butée avant	1er bilan	2ème bilan	3ème bilan
Accrochage avant	X	X	X					3	2	0
Accrochage arrière		X	X					3	2	1
Gachette			X					3	2	1
Elastique				X	X			5	0	0
Sac					X			2	1	1
Position projectile						X		2	1	1
Réhausse							X	1	1	1
Butée avant								1	1	1
								20	10	6

X = Interaction

Blocage d'un des facteurs responsable du plus d'interactions

→ *Blocage des facteurs responsables de 80% des interactions*

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Elimination des interactions

2 solutions :

- bloquer l'un des 2 facteurs au sein du couple de facteurs qui devraient être en interaction,
- créer un facteurs composite avec les 2 facteurs en interaction.

Exemple de facteur composite : temps & température de cuisson

- Niveau 1 : durée courte & température élevée
= cinétique de cuisson rapide,
- Niveau 2 : durée longue & température modérée
= cinétique de cuisson lente.

Les 2 niveaux devant apporter le même nombre de Calories.

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Stratégie par rapport aux interactions

1. Prendre le maximum de facteurs,
 2. Estimer les interactions possibles,
 3. Eliminer les interactions (2 solutions) et/ou retenir certaines interactions à étudier,
 4. Ne prendre que 2 niveaux par facteur,
 5. Sélectionner une matrice orthogonale où le nombre d'essais est une puissance de 2,
 6. Réaliser un premier plan,
- Ou
6. A l'aide de la table triangulaire sélectionner les colonnes de la matrice qui n'accueilleront que des interactions,
 7. Réaliser un premier plan.

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Le positionnement des interactions avec la table triangulaire

Essai N°	Facteurs contrôlés						
	A	B	C	D	E	F	G
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

Essai N°	Facteurs contrôlés						
	A	AB	B	BD	BC	C	D
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	4	4	2	2
4	1	2	2	3	3	1	1
5	2	4	2	4	3	1	2
6	2	4	2	3	4	2	1
7	2	3	1	1	2	2	1
8	2	3	1	2	1	1	2

1	2	3	4	5	6	7
1	3	2	5	4	7	6
2	2	1	6	7	4	5
3	3	7	6	5	4	
4	4	1	2	3		
5	5	3	2			
6	6	1				

chgmt niv 1 3 2 7 6 4 5

Nb chgmt niv 1 2 4 5

Interactions à étudier :
AB, BC, BD

1. Privilégier le moins de changements de niveaux pour les facteurs
2. Bloquer les colonnes pour les interactions
3. Saturer la matrice avec le maximum de facteurs
4. Transformer les colonnes où se trouveront les interactions
(1 & 1 = 1; 1 & 2 = 2;
2 & 1 = 3; 2 & 2 = 4)

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Exercice 1 :

Rechercher la matrice adaptée pour ces 5 facteurs et leurs 2 interactions et définir dans quelles colonnes placer les facteurs

- Diluant très difficile à changer
- Distance difficile à changer
- Ouverture très facile à changer
- Pression facile à changer
- Vitesse moyennement facile à changer
- Interaction diluant-ouverture
- Interaction pression-ouverture

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Exercice 1 corrigé :

A priori 5 facteurs + 2 interactions = 7 colonnes → L8 (7 fact à 2 niv)

Peut-on les placer ?

Ordre de difficulté de réglage	Facteur	Colonne idéale	Ordre	Colonne réelle		1	2	3	4	5	6	7	
1	Diluant	1	1	car 1 chgmt niv	1	Essai							
2	Distance	3	4	car 3 chgmnts niv	2	N°							
3	Vitesse	2	5	car 4 chgmnts niv	6	A	B	C	D	E	F	G	
4	Pression	6	3	car 1 interaction attachée	7	1	1	1	1	1	1	1	
5	Ouverture	7	2	car 2 interactions attachées	4	2	1	1	2	2	2	2	
	Inter Diluant-Ouverture	4			5	1	2	2	2	2	1	1	
	Inter Pression-Ouverture	1			3	2	1	2	1	2	1	2	
						6	2	1	2	2	1	2	
						7	2	2	1	1	2	1	
						8	2	2	1	2	1	2	
							1	3	2	7	6	4	5
							1	2	3	4	5	6	7
							1	3	2	5	4	7	6
								2	1	6	7	4	5
									3	7	6	5	4
										4	1	2	3
											5	3	2
												6	1

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Exercice 2 :

Rechercher la matrice adaptée pour ces 9 facteurs et leurs 5 interactions et définir dans quelles colonnes placer les facteurs

A	Type de machine	très difficile à changer
B	Humidité de la matière	difficile à changer
C	Taux matière régénérée	difficile à changer
D	Température du moule	facile à changer
E	Pression de maintien 1	très facile à changer
F	Temps de maintien 1	très facile à changer
G	Pression de maintien 2	très facile à changer
H	Temps de maintien 2	très facile à changer
I	Rotation de la vis sans fin	très facile à changer

Interactions : AI, DI, EF, EG, GH

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Exercice 2 corrigé :
 A priori 9 facteurs
 + 5 interactions =
 14 colonnes →
 L16 (15 fact à 2
 niv)
 Peut-on les placer ?

Diffi culté à changer	Nom facteur	Ordre de placement
1	A Type de machine	1
2	B Humidité de la matière	2
2	C Taux matière régénérée	3
3	D T° du moule	4
4	E Pression de maintien 1	5
4	F Temps de maintien 1	6
4	G Pression de maintien 2	7
4	H Temps de maintien 2	8
4	I Rotation de la vis sans fin	9

AI, DI, EF, EG, GH

Essai N°	Facteurs contrôlés														
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
13	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
15	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1

Nb chgmt niv

	1	3	2	7	6	4	5	15	14	12	13	8	9	11	10	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
1		3	2	5	4	7	6	9	8	11	10	13	12	15	14	
			2	1	6	7	4	5	10	11	8	9	14	15	12	13
				3	7	6	5	4	11	10	9	8	15	14	13	12
					4	1	2	3	12	13	14	15	8	9	10	11
						5	3	2	13	12	15	14	9	8	11	10
							6	1	14	15	12	13	10	11	8	9
								7	15	14	13	12	11	10	9	8
									8	1	2	3	4	5	6	7
										9	3	2	5	4	7	6
											10	1	6	7	4	5
												11	7	6	5	4
													12	1	2	3
														13	3	2
															14	1

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Comment constate-t-on a posteriori la présence d'interactions ?

On a fait le pari qu'il n'y aura pas d'interaction et on a donc saturé notre matrice avec un maximum de facteurs.

Lors des essais de validation on constate que les prévisions fournies par le modèle issu du dépouillement ne correspondent pas avec les mesures réalisées pour ces mêmes combinaisons :

- Soit notre façon de régler et de réaliser un essai n'est pas reproductible → en principe cela a été vérifié avant le plan d'expérience,
- Soit nous avons des interactions entre nos facteurs → le plus plausible.

Vu que notre matrice est saturée faut-il tout recommencer ?

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

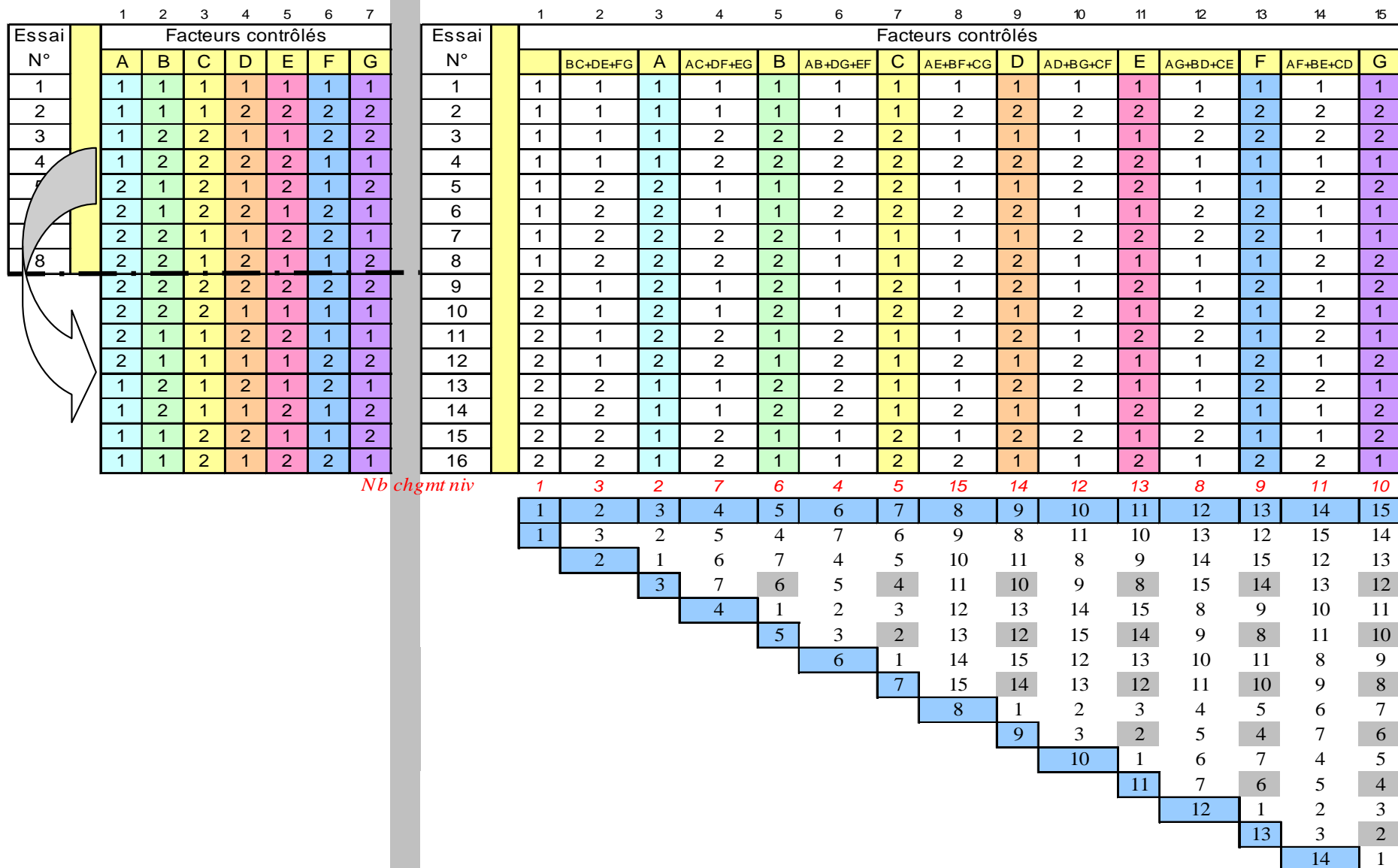
7 - Le désaliasse

Essai N°	Facteurs contrôlés							Essai N°	Facteurs contrôlés						
	A	B	C	D	E	F	G		A	B	C	D	E	F	G
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2	3	2	2	1	1	2	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1	4	2	2	2	2	1	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2	5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1	6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1	7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2	8	2	2	1	2	1	1	2
<i>Nb chgmt niv</i>	1	3	2	7	6	4	5								
	1	2	3	4	5	6	7								
	1	3	2	5	4	7	6								
		2	1	6	7	4	5								
			3	7	6	5	4								
				4	1	2	3								
					5	3	2								
						6	1								

Transformer les 1 en 2 et les 2 en 1

On réalise 8 essais supplémentaires = 2^{ème} plan

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions



Nb chgmt niv

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

7 - Le désaliasse

On voit qu'on accède maintenant à l' *effet pur* des facteurs mais pas à leurs interactions !

Suite de la stratégie par rapport aux interactions

8. Tester la justesse du modèle (écart entre modèle « sans interaction » et réalité « avec interactions »),

Si écarts minimes → s'arrêter là, sinon :

9. Ne garder que les facteurs ayant le plus d'effet,

10. Sélectionner une matrice orthogonale où on pourra loger tous les facteurs et toutes leurs interactions d'ordre 1,

11. Réaliser un troisième plan

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Interactions d'ordre 1

Nb de facteurs	Nb d'interactions d'ordre 1	Nb de colonnes nécessaires	Matrice minimale
2	1	3	L4
3	3	6	L8
4	6	10	L16
5	10	15	L16
6	15	21	L32
7	21	28	L32 ?
8	28	36	L64 ?
9	36	45	L64 ?

Hors la L16 les matrices d'étude des interactions de taille supérieure à 16 essais (L32, L64, ...) sont à construire !

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Effet des interactions d'ordre 1

Très souvent l'effet d'une interaction est liée à la valeur de l'effet des 2 facteurs entre lesquels elle a lieu :

Effet facteurs	Facteur 1 : fort	Facteur 1 : moyen	Facteur 1 : faible
Facteur 2 : fort	Interaction forte	Interaction moyenne	Interaction moyenne
Facteur 2 : moyen	Interaction moyenne	Interaction moyenne	Interaction faible
Facteur 2 : faible	Interaction moyenne	Interaction faible	Interaction faible

➔ Il n'est pas possible d'avoir des interactions dont l'effet est fort entre des facteurs dont les effets sont faibles.

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Interactions d'ordre supérieur

Une interaction d'ordre 2 est issue d'un facteur et d'une interaction d'ordre 1 → l'importance de son effet étant lié à celle du facteur et de l'interaction d'ordre 1, comme l'effet d'une interaction d'ordre 1 est rarement aussi importante que celle d'un facteur, son importance sera très souvent inférieur à celui de l'interaction d'ordre 1.

- En règle général, sauf lors de réaction chimique, on considère que les interactions d'ordre 2 sont négligeables.
- De même pour les interactions d'ordre supérieur.

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Matrice d'étude des interactions : L16 (5 fact + 10 inter)

On suppose
que les
interactions
d'ordre > 1
sont
négligeables

Essai N°	Facteurs contrôlés					Interactions									
	A	B	C	D	E	AB	AC	AD	AE	BC	BD	BE	CD	CE	DE
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	1	1	2	2	1	2	2	2	2	4
3	1	1	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	3	4	2
4	1	1	2	2	1	1	2	2	1	2	2	1	4	3	3
5	1	2	1	1	2	2	1	1	2	3	3	4	1	2	2
6	1	2	1	2	1	2	1	2	1	3	4	3	2	1	3
7	1	2	2	1	1	2	2	1	1	4	3	3	3	3	1
8	1	2	2	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4	4
9	2	1	1	1	2	3	3	3	4	1	1	2	1	2	2
10	2	1	1	2	1	3	3	4	3	1	2	1	2	1	3
11	2	1	2	1	1	3	4	3	3	2	1	1	3	3	1
12	2	1	2	2	2	3	4	4	4	2	2	2	4	4	4
13	2	2	1	1	1	4	3	3	3	3	3	3	1	1	1
14	2	2	1	2	2	4	3	4	4	3	4	4	2	2	4
15	2	2	2	1	2	4	4	3	4	4	3	4	3	4	2
16	2	2	2	2	1	4	4	4	3	4	4	3	4	3	3

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Construction de la matrice : la table triangulaire

On remplace dans la matrice les 2 par des -1.

On fait le produit ligne par ligne de 2 colonnes.

On recherche avec quelle colonne le résultat est identique.

On recommence pour les C_n^2 combinaisons de colonnes.

Essai N°	1	2	3	4	5	6	7
	A	B	C	D	E	F	G
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1
3	1	-1	-1	1	1	-1	-1
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1
5	-1	1	-1	1	-1	1	-1
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1
8	-1	-1	1	-1	1	1	-1

<i>chgmt niv</i>	1	3	2	7	6	4	5
------------------	---	---	---	---	---	---	---

1	2						
1							
		2					
			3				
				4			
					5		
						6	

Exercice 3 : la L8

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Construction des niveaux de l'interaction

- Si facteur 1 = 1 et facteurs 2 = 1 : interaction = 1,
 - Si facteur 1 = 1 et facteurs 2 = 2 : interaction = 2,
 - Si facteur 1 = 2 et facteurs 2 = 1 : interaction = 3,
 - Si facteur 1 = 2 et facteurs 2 = 2 : interaction = 4
- ➔ C'est une convention de construction !

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Construction de la matrice : position des facteurs

1. On place dans la matrice les premiers facteurs dans les colonnes 2ⁿ et dans la dernière colonne.
2. On identifie toutes les colonnes où vont s'exprimer les interactions.
3. Dans les colonnes encore libres on place si possible un facteur supplémentaire (que ses interactions ne superpose pas à celles existantes) et on identifie toutes les colonnes où vont s'exprimer les interactions supplémentaires.
4. On recommence le point 3 jusqu'à saturation de la matrice.

Exercice 4 : combien peut-on réellement étudier de facteurs et toutes leurs interactions d'ordre 1 dans la matrice L32 ?

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Bilan du nombre d'essais

Exemple sur 15 facteurs :

■ Matrice saturée L16	16 essais
■ Désaliasse sur L16	16 essais
■ Sélection des 5 facteurs les plus influents	
■ Matrice d'étude des interactions avec L16	<u>16 essais</u>
Bilan	48 essais

Etude directe des 15 facteurs avec leurs interactions :

15 facteurs + C^2_{15} interactions d'ordre 1 = 15 + 105 = 120 → L128

→ Soit une économie de 80 essais !

Cours plan d'expérience sur le traitement des interactions

Conclusion sur les interactions

- Les interactions sont souvent difficiles à percevoir ou à imaginer.
- Les éliminer quand on les connaît ou si peu de facteurs on les étudiera avec les facteurs.
- Quand on constate qu'un plan fourni un modèle inutilisable : on désaliasse.
- On étudiera les interactions seulement d'ordre 1 et entre les seuls facteurs dont l'effet est très important.
- L'étude des interactions coûte cher et doit être soumise comme le premier plan à une rentabilité suffisante par rapport au coût de l'étude.